平成２９年度制御理論I小テスト問題

問１. [20 点] 複素数

$$s_1 = 1 + j, \quad s_2 = 1 - j$$

について、

$$s_1 + s_2, \quad s_1 - s_2, \quad s_1 s_2, \quad s_2/s_1$$

を計算し、同じ複素平面に図示せよ。

問２. [20 点] 以下の時間関数 ($t < 0$[s] においてすべてゼロの値をとる)

$$f_1(t) = t, \quad f_2(t) = e^{-t}t, \quad f_3(t) = e^{-t}t^2$$

を Laplace 変換せよ。(ヒント：Laplace 変換の性質を利用する)

問３.[30 点] 微分方程式

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + 5\frac{dx(t)}{dt} + 4x(t) = 4u(t)$$

について、以下の条件の下でそれぞれ解 $x(t)$ を求めよ。ただし、Laplace 変換と逆 Laplace 変換を用いること。

(1) $u(t) = 0,\ x(0) = 1,\ \frac{dx}{dt}(0) = 0$。

(2) $u(t) = 1\ (t \geq 0),\ x(0) = 0,\ \frac{dx}{dt}(0) = 0$。

問４. [30 点] 図１はモータと負荷が回転軸を通してつながった２慣性系を示す。モータと負荷の慣性モーメントはそれぞれ J_M, J_L であり、回転角速度は ω_M, ω_L である。また、軸のバネ定数は K、ねじれ角は ϕ(モータの回転角 θ_M と負荷の回転角 θ_L の差) である。モータのトルクを u、負荷にかかるトルク外乱を d とし、摩擦を無視する。ω_M と ω_L に関する運動方程式を求めよ。

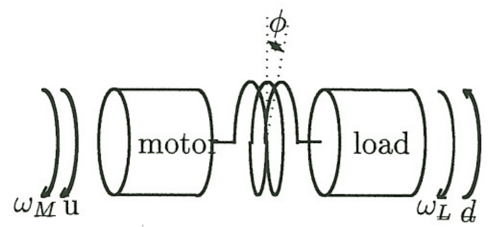


図 1: ２慣性系

No. 1

H29年制御工小テスト解答例

Date 2017 5 24

問1 $\boxed{20}$

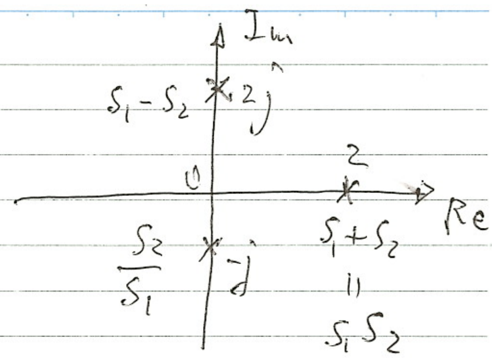
$s_1 + s_2 = 2$

$s_1 - s_2 = 2j$

$s_1 s_2 = 1 + 1 = 2$

$\dfrac{s_2}{s_1} = \dfrac{(1-j)^2}{(1+j)(1-j)} = \dfrac{1 + j^2 - 2j}{2} = -j$

答 $\boxed{4}$



問2 $\boxed{20}$

$F_1(s) = \dfrac{1}{s^2}$ $\boxed{7}$

$\mathcal{L}(tf(t)) = -\dfrac{dF}{ds}$

$F_2(s) = \dfrac{1}{(s+1)^2}$ $\boxed{7}$

$\mathcal{L}(e^{-\alpha t} f(t)) = F(s+\alpha)$

$F_3(s) = -\dfrac{dF_2}{ds} = 2\dfrac{1}{(s+1)^3}$ $\boxed{6}$

問3 $\boxed{30}$

(1) 初期値応答

$s^2 X - s x(0) - \dot{x}(0) + 5[sX - x(0)] + 4X = 0$

$\rightarrow (s^2 + 5s + 4)X(s) = s + 5$

$\rightarrow X(s) = \dfrac{s+5}{(s+1)(s+4)} \boxed{5} = \dfrac{4/3}{s+1} + \dfrac{-1/3}{s+4}$

$\therefore x(t) = +\dfrac{4}{3}e^{-t} - \dfrac{1}{3}e^{-4t}, \quad t \geq 0$ $\boxed{10}$

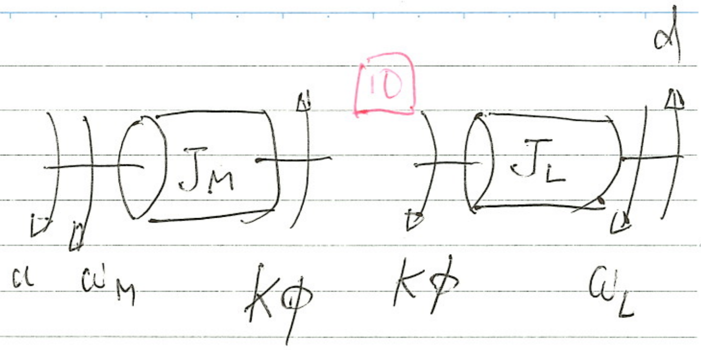
(2) 入力応答

$(s^2 + 5s + 4)X(s) = 4U(s) = \dfrac{4}{s} \rightarrow X(s) = \dfrac{4}{s(s+1)(s+4)}$ $\boxed{5}$

$X(s) = \dfrac{1}{s} + \dfrac{-4/3}{s+1} + \dfrac{1/3}{s+4}$ $\quad \therefore x(t) = 1 - \dfrac{4}{3}e^{-t} + \dfrac{1}{3}e^{-4t}, \quad t \geq 0$ $\boxed{10}$

問4 $\boxed{30}$

① 各慣性モーメントに関するトルク解析の図をまず描く



$\boxed{10}$

② トルクバランスの式

J_M : $u - K\phi = J_M \dot{\omega}_M$ (1)

J_L : $-d + K\phi = J_L \dot{\omega}_L$ (2)

③ ϕのダイナミクス

$\dot{\phi} = \dot{\theta}_M - \dot{\theta}_L = \omega_M - \omega_L$ (3)

整理すると

$$\begin{cases} J_M \dot{\omega}_M + K(\omega_M - \omega_L) = u \\ J_L \dot{\omega}_L - K(\omega_M - \omega_L) + d = 0 \\ \dot{\phi} = \omega_M - \omega_L \end{cases}$$

$\boxed{20}$