5　第 5 回宿題解答

ブロック線図変形の図を各自で描くこと。

3.4 (a) 直列なので

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{s+1} \times \frac{5}{s+2} = \frac{5}{(s+1)(s+2)}$$

(b) 並列結合

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{s+1} + \frac{5}{s+2} = \frac{6s+7}{(s+1)(s+2)}$$

(c) フィードバック結合の式を使う (前向き要素が $\frac{5}{s+2}$、ループゲインが $\frac{5}{(s+1)(s+2)}$)

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\frac{5}{s+2}}{1+\frac{5}{(s+1)(s+2)}} = \frac{5(s+1)}{(s+1)(s+2)+5} = \frac{5(s+1)}{s^2+3s+7}$$

(d) 前向き要素とループゲインがともに $\frac{5}{(s+1)(s+2)}$ のフィードバック結合

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\frac{5}{(s+1)(s+2)}}{1+\frac{5}{(s+1)(s+2)}} = \frac{5}{s^2+3s+7}$$

3.5(b) G_2 に関するマイナーループの伝達関数を計算すると

$$F(s) = \frac{G_2}{1-G_2}$$

を得る。すると、全体の閉ループ系は前向き要素 G_1、フィードバック要素 F で構成される。よって、閉ループ伝達関数は

$$H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{G_1}{1+G_1F} = \frac{G_1}{1+G_1\frac{G_2}{1-G_2}} = \frac{G_1(1-G_2)}{1-G_2+G_1G_2}$$

となる。

3.6 $\frac{1}{Ts}$ に関するマイナーループは

$$F(s) = \frac{\frac{1}{Ts}}{1+\frac{1}{Ts}} = \frac{1}{Ts+1}$$

であるため、閉ループ伝達関数が

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K_1F(s)\frac{K_0}{s(s+1)}}{1+K_1F(s)\frac{K_0}{s(s+1)}} = \frac{K_0K_1}{s(s+1)(Ts+1)+K_0K_1}$$

になる。

4.1 (b)

$$G(s) = \frac{2(s+1/2)}{(s+3/2)^2+4-(3/2)^2} = \frac{2(s+1/2)}{(s+3/2)^2+7/4}$$

より零点が $z=-1/2$、極が $p_1, p_2 = -3/2 \pm j\sqrt{7}/2$ である。

(c)$G(s)$ の分母多項式に試しに $s=-1$ を代入すると、$(-1)^3+2(-1)^2-5(-1)-6 = -1+2+5-6 = 0$ となるから因子 $s+1$ を持つ。この因子で分母多項式を割れば 2 次多項式 s^2+s-6 を得る。よって、$G(s)$ は次のように書き直せる。

$$G(s) = \frac{s^2+6s+8}{(s+1)(s^2+s-6)} = \frac{(s+2)(s+4)}{(s+1)(s-2)(s+3)}$$

従って、零点は $z_1=-2, z_2=-4$、極は $p_1=-1, p_2=2, p_3=-3$ である。