
電力系統工学ゼミ

章末問題解答集



電力系統工学 / 柳父悟, 加藤政一 / 第1版2刷 / 2011 / ISBN 9784501113001

システム設計研究室

作成日 : ????年??月??日

8 安定度

8.1 周波数 60Hz, 定格電圧 22kV, 定格容量 500 MVA, の 4 極の発電機は $H=7.5$ MJ/MVA の慣性定数を持っている. (a) 同期速度において回転子に蓄えられる運動エネルギーはいくらか. (b) 回転損失を無視し, 入力 が 452 MW のとき, 出力が 400 MW ならば角加速度はいくらか.

[解答]

(a) 同期速度 ω_s [rad/s] において, $H = \frac{1}{2} \frac{J\omega_s^2}{S}$ なので, 回転運動エネルギーは $\frac{1}{2} J\omega_s^2 = KE = H \times S$ で計算される.

$$KE = 7.5[\text{MJ/MVA}] \times 500[\text{MVA}] = 3750[\text{MJ}] \quad (8.1)$$

(b) 機械的入力と電氣的出力, そして加速パワーを pu 値で表すと,

$$P_m = \frac{452[\text{MW}]}{500[\text{MVA}]} = 0.904[\text{pu}] \quad (8.2)$$

$$P_e = \frac{400[\text{MW}]}{500[\text{MVA}]} = 0.800[\text{pu}] \quad (8.3)$$

$$P_a = P_m - P_e = 0.104[\text{pu}] \quad (8.4)$$

ところで, 発電機の同期速度 $\omega_s = 2\pi f = 120\pi$ [rad/s] である. また, 発電機の動揺方程式より角加速度は

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{\omega_s P_a}{2H} = \frac{120\pi \times 0.104}{2 \times 7.5} = 2,614[\text{rad/s}^2] \quad (8.5)$$

上で求めた角加速度は電気角 δ で考えたものであり, これを機械角の角加速度にする. 機械角は $\delta_m = \frac{\delta}{p}$ で電気角から変換できる. p は極対数であり, この問題では $p=2$ である.

したがって, 機械角で考えた角加速度は電気角で考えた時の角加速度の半分で 1.31 [rad/s²] になる.

8.2 (1) の発電機について求めた加速度が, 15 サイクルの期間一定ならば, この期間の δ の電気角の変化機械角の相対回転角の変化 [rad] と, この期間の終わりにおける 毎分の回転速度絶対回転角速度 $\frac{d\theta_m}{dt}$ [rad/s] を求めよ. ただし, この発電機は初期状態で大規模系統と同期しており, 加速トルクは 0 であるとする.

[解答]

(1) で得られた角加速度は, $\frac{d^2\delta_m}{dt^2} = 1.31$ [rad/s²] であり, 15 サイクルの間, 一定である. そこで, これを定数 α_m [rad/s²] とおく.

絶対回転角速度と, 相対回転角速度 $\frac{d\delta_m}{dt}$ [rad/s], 同期速度 ω_{sm} [rad/s] には, 次式の関係がある.

$$\frac{d\theta_m}{dt} = \frac{d\delta_m}{dt} + \omega_{sm} \quad (8.6)$$

15 サイクルにかかる時間 T_{15} [s] は, 次式となる.

$$T_{15} = 15[\text{サイクル}] \times \frac{1}{f [\text{Hz}]} = \frac{15}{60} = 0.25 [\text{s}] \quad (8.7)$$

まず, 相対回転角の変化を求める. 15 サイクルの期間中の相対回転角速度は, 角加速度に時刻 t [s] をかけた,

$$\frac{d\delta_m}{dt} = \alpha_m t \quad (8.8)$$

である. サイクルの始めと終わりの相対回転角を, それぞれ δ_{m0} [rad], δ_m [rad] とおき, 15 サイクルの始めの時刻を 0, 終わりの時刻を T_{15} [s] とすると, 相対回転角の変化は, 以下のように求まる.

$$\begin{aligned} \delta_m - \delta_{m0} &= \int_0^{T_{15}} \alpha_m t dt = \frac{1}{2} \alpha_m T_{15}^2 \\ &= 0.041[\text{rad}] \end{aligned} \quad (8.9)$$

次に, 絶対回転角速度 $\frac{d\theta_m}{dt}$ を求める. 極数を P とおく. サイクルが終わる時刻 T_{15} において,

$$\frac{d\delta_m}{dt} = \alpha_m T_{15} \quad (8.10)$$

$$\omega_{sm} = 2\pi f \times \frac{2}{P} \quad (8.11)$$

である. 式 (8.10), (8.11) を式 (8.6) に代入すると, サイクルの終わりの絶対回転角速度は, 同期速度に加速分を加えた,

$$\begin{aligned} \frac{d\theta_m}{dt} &= 1.31 \times 0.25 + 2\pi \times 60 \times \frac{2}{4} \\ &= 188.8 [\text{rad/s}] \end{aligned} \quad (8.12)$$

と求まる.

8.3 (1)の発電機が遅れ力率 0.8 の定格出力で運転されていたとき、事故によって出力が 40% だけ減少した。事故が起きた瞬間の加速トルクを newton-meter の単位で表せ。ただし、損失を無視し、発電機軸入力是一定とする。

[解答] 事故前の出力 P_{e1} は、

$$P_{e1} = 500 \times 0.8 = 400 \text{ [MW]}$$

であり、事故後の出力 P_{e2} は

$$P_{e2} = P_{e1} \times 0.6 = 240 \text{ [MW]}$$

ここで、 $T = P/\omega_m$ なので、加速トルク \hat{T} は、

$$\hat{T} = \frac{\Delta P}{\omega_m} = \frac{(P_{e1} - P_{e2})}{2\pi f \times \frac{1}{p}} = 0.849 \text{ [MN} \cdot \text{m]}$$

ただし、 p は極対数。

8.4

a.(事故発生時)

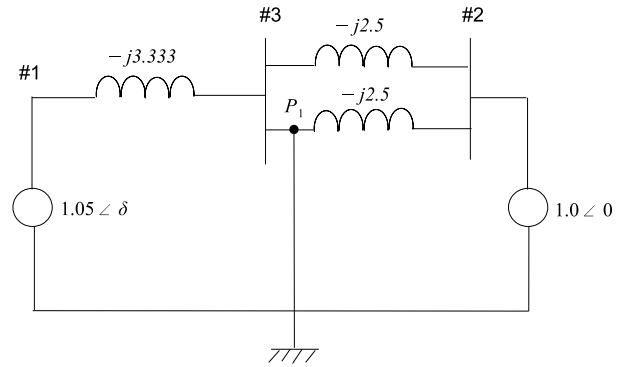


図 8.1: 事故中のインピーダンスマップ

図(8.1)に示す点 P_1 で三相短絡事故が発生した場合を考える。これは、発電機から見ると、実質的に母線で生じたものと同じであるため、母線電圧は 0 と考えられる。

よって、事故継続中の発電機から送電線への有効電力は 0 となる。

$$\begin{aligned} P_{max} &= |\dot{E}'_1| |\dot{E}'_2| |\dot{Y}'_{12}| \\ &= 1.05 \times 0 \times 1.43 = 0 \text{ [pu]} \end{aligned} \tag{8.13}$$

事故中の電力相边角方程式は以下のようにになる。

$$P_e = 0 \times \sin \delta = 0 \text{ [pu]} \implies r_1 = 0 \tag{8.14}$$

対応する動揺方程式は以下のようにになる。

$$\frac{5}{\pi f} \frac{d^2 \delta}{dt^2} = 1 - 0 = 1 \text{ [pu]} \tag{8.15}$$

b.(事故除去後)

電力相边角方程式は以下のようにになる。

$$P_e = 1.50 \times \sin \delta \text{ [pu]} \implies r_2 = 0.714 \tag{8.16}$$

c.

事故前の電力相边角方程式、および a, b の結果をまとめると以下のようにになる。

$$\begin{aligned} \text{事故前: } P_e &= P_{max} \sin \delta = 2.1 \sin \delta \\ \text{事故継続期間: } P_e &= 0 \text{ (出力端で短絡)} \implies r_1 = 0 \\ \text{事故除去後: } P_e &= r_2 P_{max} \sin \delta = 1.5 \sin \delta \implies r_2 = 0.714 \end{aligned}$$

例題 8.3 から $\delta_0 = 0.4964$ [rad] であるから、 δ_{max} は以下のようにになる。

$$\delta_{max} = \pi - \sin^{-1} \frac{1}{1.5} = 2.412 \text{ [rad]} \tag{8.17}$$

また、 $\cos \delta_{cr}$ は以下ようになる。

$$\begin{aligned} \cos \delta_{cr} &= \frac{\frac{1}{2.1}(2.412 - 0.4964) + 0.714 \cos 2.412 - 0 \cos 0.4964}{0.714 - 0} \\ &= 0.532 \end{aligned} \quad (8.18)$$

したがって、 δ_{cr} は以下のように求まる。

$$\delta_{cr} = 1.01 \text{ [rad]} \quad (8.19)$$

以下に電力相差角曲線を示す。

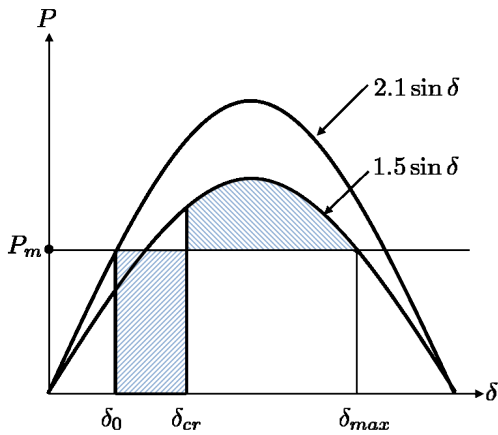


図 8.2: 電力相差角曲線

8.5 事故発生時

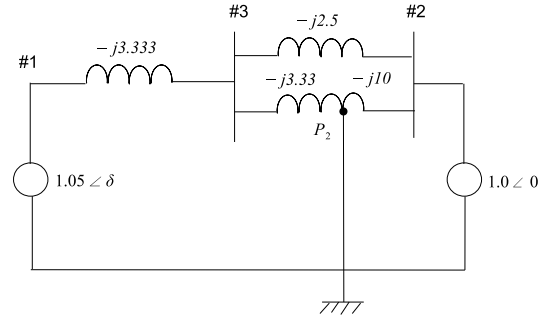


図 8.3: 事故中のインピーダンスマップ

電流と電圧の関係をノードアドミタンス行列を用いると以下のように表せる。

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Y}_{11} & \dot{Y}_{12} & \dot{Y}_{13} \\ \dot{Y}_{21} & \dot{Y}_{22} & \dot{Y}_{23} \\ \dot{Y}_{31} & \dot{Y}_{32} & \dot{Y}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \\ \dot{V}_3 \end{bmatrix}$$

ここで

$$\dot{I}_1 = -j3.333(\dot{V}_1 - \dot{V}_3) = -j3.333\dot{V}_1 + 3.333\dot{V}_3 \quad (8.20)$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_2 &= -j2.5(\dot{V}_2 - \dot{V}_3) - j10\dot{V}_2 \\ &= -j12.5\dot{V}_2 + j2.5\dot{V}_3 \end{aligned} \quad (8.21)$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_3 &= -j3.333(\dot{V}_3 - \dot{V}_1) - j2.5(\dot{V}_3 - \dot{V}_2) - j3.333\dot{V}_3 \\ &= j3.333\dot{V}_1 + j2.5\dot{V}_2 - j9.166\dot{V}_3 \end{aligned} \quad (8.22)$$

と表せるからノードアドミタンス行列は以下のように表せる。

$$\dot{Y} = j \begin{bmatrix} -3.333 & 0 & 3.333 \\ 0 & -12.5 & 2.5 \\ 3.333 & 2.5 & -9.166 \end{bmatrix} \quad (8.23)$$

母線 #3 は浮遊ノードであるため $\dot{I}_3 = 0$ となる。よって (8.22) 式において \dot{V}_3 について解くと、以下ようになる。

$$\dot{V}_3 = \frac{3.333}{9.166}\dot{V}_1 + \frac{2.500}{9.166}\dot{V}_2 \quad (8.24)$$

これを (8.20), (8.21) 式に代入すると以下ようになる。

$$\dot{I}_1 = -2.121\dot{V}_1 + j0.909\dot{V}_2 \quad (8.25)$$

$$\dot{I}_2 = j0.909\dot{V}_1 - j11.818\dot{V}_2 \quad (8.26)$$

母線 #3 を消去したノードアドミタンス行列は以下となる。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} &= j \begin{bmatrix} -2.121 & 0.909 \\ 0.909 & -11.818 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix} \\ \Rightarrow \dot{Y}' &= j \begin{bmatrix} -2.121 & 0.909 \\ 0.909 & -11.818 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8.27)$$

したがって、相互アドミタンスの大きさは $|\dot{Y}'_{12}| = |\dot{Y}'_{21}| = 0.909$ となり、以下の結果を得る。

$$\begin{aligned} P_{max} &= |\dot{E}'_1| |\dot{E}'_2| |\dot{Y}'_{12}| = 1.05 \times 1.0 \times 0.909 \\ &= 0.954 \text{ [pu]} \end{aligned} \quad (8.28)$$

事故中の電力相边角方程式は以下ようになる.

$$P_e = 0.954 \sin \delta \text{ [pu]} \implies r_1 = \frac{0.954}{2.100} = 0.454 \quad (8.29)$$

対応する動揺方程式は以下ようになる.

$$\frac{5}{\pi f} \frac{d^2 \delta}{dt^2} = 1 - 0.954 \sin \delta \text{ [pu]} \quad (8.30)$$

b.(事故除去後)

電力相边角方程式は以下ようになる.

$$P_e = 1.50 \times \sin \delta \text{ [pu]} \implies r_2 = 0.714 \quad (8.31)$$

c.

事故前: $P_e = P_{max} \sin \delta = 2.1 \sin \delta$

事故継続期間: $P_e = 0.954 \sin \delta \implies r_1 = 0.455$

事故除去後: $P_e = r_2 P_{max} \sin \delta = 1.5 \sin \delta \implies r_2 = 0.714$

例題 8.3 から $\delta_0 = 0.4964 \text{ [rad]}$ であるから, δ_{max} は

$$\delta_{max} = \pi - \sin^{-1} \frac{1}{1.5} = 2.412 \text{ [rad]} \quad (8.32)$$

となるため, $\cos \delta_{cr}$ は以下となる.

$$\begin{aligned} \cos \delta_{cr} &= \\ & \frac{\frac{1}{2.1}(2.412 - 0.4964) + 0.714 \cos 2.412 - 0.455 \cos 0.4964}{0.714 - 0.455} \\ & = 0.076 \end{aligned} \quad (8.33)$$

したがって, δ_{cr} は以下のように求まる.

$$\delta_{cr} = 1.647 \text{ [rad]} \quad (8.34)$$

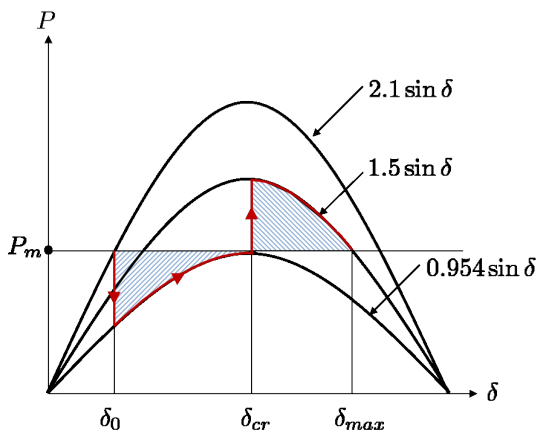


図 8.4: 電力相边角曲線