3　第３回宿題解答

4(1) $\mu = \mu_0 + c\Delta$ を代入すると、$\tilde{P}(s)$ は

$$\tilde{P}(s) = \frac{1}{Ms^2 + (\mu_0 + c\Delta)s} = \frac{1}{Ms^2 + \mu_0 s + \Delta \cdot cs} = \frac{\frac{1}{Ms^2+\mu_0 s}}{1 + \frac{cs}{Ms^2+\mu_0 s}\Delta} = \frac{P}{1 + \frac{c}{Ms+\mu_0}\Delta}$$

と書ける。よって

$$W(s) = \frac{c}{Ms + \mu_0}$$

4(2) 基本的なやり方：

1. 閉ループ系を変動 Δ とその他の部分に分ける。Δ 以外の部分の伝達関数を M とする。
2. M を求めるとき、Δ の入力を z、出力を w とすれば、M の入力と出力はそれぞれ w、z となる。ブロック線図から Δ を取り外してから、w から z までの伝達関数を計算すれば M が得られる。
3. 変形後のシステムに小ゲイン定理を用いる。

伝達行列 M を計算すると、以下のようになる。よって、小ゲイン定理より表 4.1 を得る。

$$\begin{array}{ll}
\tilde{P} = (I + \Delta W)P & \Rightarrow M = -WPK(I+PK)^{-1} \\
\tilde{P} = (I + \Delta W)^{-1}P & \Rightarrow M = -W(I+PK)^{-1} \\
\tilde{P} = P + \Delta W & \Rightarrow M = -WK(I+PK)^{-1} \\
\tilde{P} = P(I + \Delta WP)^{-1} & \Rightarrow M = -W(I+PK)^{-1}P
\end{array}$$

4(3) 与えられたフィードバック型不確かさを持つプラント集合のロバストの安定条件は (P, K) 閉ループ系の公称安定性とノルム条件 $\|W(1+PK)^{-1}\|_\infty \le 1$ である。しかし、制御器 $K(s)$ のプロパー性より $K(\infty)$ が有界である。よって

$$\begin{aligned}
&PK(\infty) = \lim_{s\to\infty} \frac{1}{s+2}K(s) = 0 \Rightarrow W\frac{1}{1+PK}(\infty) = 2\frac{1}{1+0} = 2 \\
&\Rightarrow \|W\frac{1}{1+PK}\|_\infty \ge |W\frac{1}{1+PK}(\infty)| = 2 > 1
\end{aligned}$$

が成立つ。すなわち、どんな制御器を使ってもノルム条件は満たされない。よって、このプラント集合をロバスト安定化できない。