11 第11回宿題解答

6.3 区別するために,開ループ系のゲインKを K_1 とおき、閉ループ系のゲインKを K_2 とおく。

(1) 開ループ系の場合、各伝達関数が以下のようになる。

$$T_{ry}(s) = \frac{1}{(s+2)(s+3)} \times \frac{K_1(s+2)(s+3)}{s^2 + 5s + 8} = \frac{K_1}{s^2 + 5s + 8}$$
$$T_{dy}(s) = \frac{1}{(s+2)(s+3)} = \frac{1}{6} \times \frac{1}{(s/2+1)(s/3+1)}$$

一方、閉ループ系の場合

$$T_{ry}(s) = \frac{\frac{K_2}{(s+2)(s+3)}}{1 + \frac{K_2}{(s+2)(s+3)}} = \frac{K_2}{s^2 + 5s + 6 + K_2}$$

$$T_{dy}(s) = \frac{\frac{1}{(s+2)(s+3)}}{1 + \frac{K_2}{(s+2)(s+3)}} = \frac{1}{(s+2)(s+3) + K_2} = \frac{1}{6 + K_2} \times \frac{6 + K_2}{s^2 + 5s + 6 + K_2}$$

である。(2) 開ループと閉ループの T_{ry} を一致させるには、まず分母が一致しなければならない。よって

$$6 + K_2 = 8 \implies K_2 = 2$$

が成り立つ。さらに、分子を一致させるために

$$K_1 = K_2 = 2$$

でなければならない。

(3) 閉ループの T_{dy} では分母に定数項 K_2 がある。 K_2 を大きくすれば、 T_{dy} の低周波数ゲインが低減され、外乱の影響が抑えられる。これに対して、開ループ系ではゲイン K_1 が外乱応答に無関係であり、外乱制御はできない。